

1 変数関数の積分ドリル

立命館大学理工学部数学学修相談会

2016 年 10 月 2 日 *

概要

1 変数関数の定積分, 広義積分に関する問題集. これくらいの問題は余裕でできるようになって欲しい.

1. 次の定積分または広義積分を求めよ.

- | | | |
|--|---|---|
| (1) $\int_{-1}^5 (3x^3 - 5x - 1) dx$ | (11) $\int_0^1 e^x dx$ | (21) $\int_0^1 3^x dx$ |
| (2) $\int_0^{-2} (3x - 5)^6 dx$ | (12) $\int_{1/2}^3 \log x dx$ | (22) $\int_1^2 \log_2 x dx$ |
| (3) $\int_1^4 \frac{dx}{(2x+1)^2}$ | (13) $\int_0^\pi x \sin x dx$ | (23) $\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{x^2+5}} dx$ |
| (4) $\int_0^\pi \sin x dx$ | (14) $\int_{-\pi}^\pi \sin x \cos 2x dx$ | (24) $\int_1^e (\log x)^2 dx$ |
| (5) $\int_{-\pi}^\pi \cos x dx$ | (15) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{1+x^2}$ | (25) $\int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)^2}$ |
| (6) $\int_{-\pi/6}^{\pi/4} \tan x dx$ | (16) $\int_0^2 \frac{dx}{4+x^2}$ | (26) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+x+1}$ |
| (7) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{\tan x}$ | (17) $\int_0^2 x^2 e^{-2x} dx$ | (27) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2-4}$ |
| (8) $\int_0^1 \sin^{-1} x dx$ | (18) $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ | (28) $\int_0^1 \frac{x+2}{(x^2+x+1)^2} dx$ |
| (9) $\int_{-1}^1 \cos^{-1} x dx$ | (19) $\int_{-3/2}^{3/\sqrt{6}} \frac{dx}{\sqrt{3-x^2}}$ | (29) $\int_1^2 \frac{dx}{x^2(x+1)}$ |
| (10) $\int_{-\sqrt{3}}^1 \tan^{-1} x dx$ | (20) $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}$ | (30) $\int_0^1 \frac{dx}{x^4+1}$ |

* 執筆 内海 和樹

$$(31) \int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}+1}$$

$$(35) \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{(1+x)^3}}$$

$$(39) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+4}$$

$$(32) \int_1^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x^3+x}$$

$$(36) \int_{-2}^2 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$$

$$(40) \int_1^{\infty} \frac{\log x}{x^2} dx$$

$$(33) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$(37) \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$$

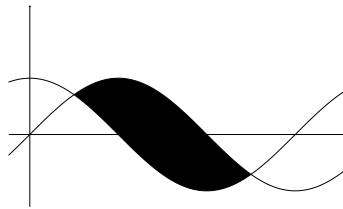
$$(41) \int_0^{\infty} \frac{dx}{e^x(1+e^x)}$$

$$(34) \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$$

$$(38) \int_0^1 x \log x dx$$

$$(42) \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$$

2. 放物線 $y = x^2 - x - 1$ と x 軸で囲まれる領域の面積を求めよ.
3. 曲線 $y = x^2$ の $0 \leq x \leq 2$ の部分の長さを求めよ.
4. 曲線 $y = \log(1 - x^2)$ の $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ の部分の長さを求めよ.
5. 円 $x^2 + y^2 = 1$ と円 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ で囲まれる領域の面積を求めよ.
6. $y = \sin x$ と $y = \cos x$ で囲まれる下図の塗りつぶされた領域の面積を求めよ.



7. 放物線 $y = 4x^2 - 2$ と円 $x^2 + y^2 = 2$ とで囲まれる下図の塗りつぶされた領域の面積を求めよ.

