

原始関数を覚えるための小テスト

立命館大学理工学部数学学修相談会

2019年12月5日*

原始関数表は定積分の計算や微分方程式を解くときによく使われる。しかしながら、原始関数表を覚える機会もないと思われるので、覚えるときに役に立てばと思い、10回分の小テストを作成した。次の原始関数表をしっかりと覚えてから、取り組み、何回も使えるようになるまで復習して下さい。

原始関数表

$A(\neq 0)$, $a(\neq 0)$, b は定数とし, C は積分定数とする。

- | | |
|--|---|
| [1] $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad (a \neq -1)$ | [2] $\int \frac{dx}{x} = \log x + C$ |
| [3] $\int a^x dx = \frac{a^x}{\log a} + C \quad (a > 0, a \neq 1)$ | [4] $\int e^{ax+b} dx = \frac{e^{ax+b}}{a} + C$ |
| [5] $\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$ | [6] $\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$ |
| [7] $\int \tan(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \log \cos(ax+b) + C$ | [8] $\int \frac{dx}{\cos^2(ax+b)} = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$ 注 |
| [9] $\int \frac{dx}{a^2-x^2} = -\frac{1}{2a} \log\left \frac{a-x}{a+x}\right + C$ | [10] $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C$ |
| [11] $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{ a } + C$ | [12] $\int \frac{dx}{\sqrt{A+x^2}} = \log\left x + \sqrt{A+x^2}\right + C$ |
| [13] $\int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{1}{2} \left(x\sqrt{a^2-x^2} + a^2 \sin^{-1} \frac{x}{ a } \right) + C$ | |
| [14] $\int \sqrt{A+x^2} dx = \frac{1}{2} \left(x\sqrt{A+x^2} + A \log\left x + \sqrt{A+x^2}\right \right) + C$ | |
| [15] $\int \log x dx = x \log x - x + C$ | |

注 [8] の左辺を $\int \sec^2(ax+b) dx$ と記述することもある。

* 執筆 平岡由夫

第1回テスト

学科 学生証番号

氏名

$a(\neq 0)$, b , $A(\neq 0)$ は定数とする. 次の不定積分を答えよ.

(1) $a \neq -1$ のとき $\int x^a dx$

(2) $\int \frac{dx}{x}$

(3) $a > 0$, $a \neq 1$ のとき $\int a^x dx$

(4) $\int e^{ax+b} dx$

(5) $\int \sin(ax+b) dx$

(6) $\int \cos(ax+b) dx$

(7) $\int \tan(ax+b) dx$

(8) $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$

(9) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$

(10) $\int \sqrt{A+x^2} dx$

第2回テスト

学科 学生証番号

氏名

$a(\neq 0)$, b , $A(\neq 0)$ は定数とする. 次の不定積分を答えよ.

(1) $\int \log|x| dx$

(2) $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$

(3) $\int \cos(ax + b) dx$

(4) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

(5) $\int \tan(ax + b) dx$

(6) $\int \sin(ax + b) dx$

(7) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$

(8) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$

(9) $\int \frac{dx}{\sqrt{A + x^2}}$

(10) $\int e^{ax+b} dx$

第3回テスト

学科 学生証番号

氏名

$a(\neq 0)$, b , $A(\neq 0)$ は定数とする. 次の不定積分を答えよ.

(1) $a = -1$ のとき $\int x^a dx$

(2) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

(3) $a = 1$ のとき $\int a^x dx$

(4) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$

(5) $\int \sqrt{A + x^2} dx$

(6) $\int \sin(ax + b) dx$

(7) $\int \frac{dx}{\cos^2(ax + b)}$

(8) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$

(9) $\int \cos(ax + b) dx$

(10) $\int \frac{dx}{\sqrt{A + x^2}}$

第4回テスト

学科 学生証番号

氏名

$a(\neq 0)$, b , $A(\neq 0)$ は定数とする. 次の不定積分を答えよ.

(1) $\int \sin(ax + b) dx$

(2) $\int \cos(ax + b) dx$

(3) $\int \tan(ax + b) dx$

(4) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$

(5) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$

(6) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

(7) $\int \frac{dx}{\sqrt{A + x^2}}$

(8) $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$

(9) $\int \sqrt{A + x^2} dx$

(10) $\int \log|x| dx$

第5回テスト

学科 学生証番号

氏名

$a(\neq 0)$, b は定数とする. 次の不定積分を答えよ.

(1) $a \neq -1$ のとき $\int x^a dx$

(2) $a = -1$ のとき $\int x^a dx$

(3) $a > 0$, $a \neq 1$ のとき $\int a^x dx$

(4) $a = 1$ のとき $\int a^x dx$

(5) $\int e^{ax+b} dx$

(6) $\int x^3 dx$

(7) $\int \frac{dx}{x^2}$

(8) $\int 3^x dx$

(9) $\int e^{2x} dx$

(10) $\int \frac{dx}{e^{2x}}$

第6回テスト

学科 学生証番号

氏名

$a(\neq 0)$, b は定数とする. 次の不定積分を答えよ.

(1) $\int \sin(ax + b) dx$

(2) $\int \cos(ax + b) dx$

(3) $\int \tan(ax + b) dx$

(4) $\int \frac{dx}{\cos^2(ax + b)}$

(5) $\int \sin x dx$

(6) $\int \cos 2x dx$

(7) $\int \cos(-3x) dx$

(8) $\int \tan x dx$

(9) $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$

(10) $\int \frac{dx}{\cos^2(x - 1)}$

第7回テスト

学科 学生証番号

氏名

$a(\neq 0)$, $A(\neq 0)$ は定数とする. 次の不定積分を答えよ.

(1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$

(2) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$

(3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

(4) $\int \frac{dx}{\sqrt{A + x^2}}$

(5) $\int \frac{dx}{3 - x^2}$

(6) $\int \frac{dx}{x^2 - 3}$

(7) $\int \frac{dx}{2 + x^2}$

(8) $\int \frac{dx}{\sqrt{4 - x^2}}$

(9) $\int \frac{dx}{\sqrt{1 + x^2}}$

(10) $\int \frac{dx}{x^2}$

第8回テスト

学科 学生証番号

氏名

$a(\neq 0)$, $A(\neq 0)$ は定数とする. 次の不定積分を答えよ.

(1) $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$

(2) $\int \sqrt{A + x^2} dx$

(3) $\int \log |x| dx$

(4) $\int \sqrt{2^2 - x^2} dx$

(5) $\int \sqrt{3 - x^2} dx$

(6) $\int \sqrt{2^2 + x^2} dx$

(7) $\int \sqrt{3 + x^2} dx$

(8) $\int \sqrt{x^2 + 1} dx$

(9) $\int \sqrt{x} dx$

(10) $\int \frac{dx}{\sqrt{1 + x^2}}$

第9回テスト

学科 学生証番号

氏名

次の不定積分を答えよ.

(1) $\int x^1 dx$

(2) $\int x^0 dx$

(3) $\int x^{-1} dx$

(4) $\int x^{-2} dx$

(5) $\int \frac{dx}{4-x^2}$

(6) $\int \frac{dx}{4+x^2}$

(7) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

(8) $\int \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}}$

(9) $\int \sqrt{4-x^2} dx$

(10) $\int \sqrt{4+x^2} dx$

第 10 回テスト

学科 学生証番号

氏名

次の不定積分を答えよ.

(1) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$

(2) $\int \frac{dx}{x}$

(3) $\int (e^x)^2 dx$

(4) $\int \sin(-x) dx$

(5) $\int \frac{dx}{x^2 - 1}$

(6) $\int \frac{dx}{x^2 + 1}$

(7) $\int \frac{dx}{\sqrt{3^2 + x^2}}$

(8) $\int \sqrt{3^2 + x^2} dx$

(9) $x > 0$ のとき $\int \log x dx$

(10) $x < 0$ のとき $\int \log(-x) dx$

解答

第1回

$$\begin{array}{ll}
 (1) \quad \frac{x^{a+1}}{a+1} + C & (2) \quad \log|x| + C \\
 (3) \quad \frac{a^x}{\log a} + C & (4) \quad \frac{e^{ax+b}}{a} + C \\
 (5) \quad -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C & (6) \quad \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C \\
 (7) \quad -\frac{1}{a} \log|\cos(ax+b)| + C & (8) \quad \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C \\
 (9) \quad \sin^{-1} \frac{x}{|a|} + C & (10) \quad \frac{1}{2} \left(x\sqrt{A+x^2} + A \log|x + \sqrt{A+x^2}| \right) + C
 \end{array}$$

第2回

$$\begin{array}{ll}
 (1) \quad x \log|x| - x + C & (2) \quad \frac{1}{2} \left(x\sqrt{a^2-x^2} + a^2 \sin^{-1} \frac{x}{|a|} \right) + C \\
 (3) \quad \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C & (4) \quad \sin^{-1} \frac{x}{|a|} + C \\
 (5) \quad -\frac{1}{a} \log|\cos(ax+b)| + C & (6) \quad -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C \\
 (7) \quad \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C & (8) \quad -\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a-x}{a+x} \right| + C \\
 (9) \quad \log|x + \sqrt{A+x^2}| + C & (10) \quad \frac{e^{ax+b}}{a} + C
 \end{array}$$

第3回

$$\begin{array}{ll}
 (1) \quad \log|x| + C & (2) \quad \sin^{-1} \frac{x}{|a|} + C \\
 (3) \quad x + C & (4) \quad -\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a-x}{a+x} \right| + C \\
 (5) \quad \frac{1}{2} \left(x\sqrt{A+x^2} + A \log|x + \sqrt{A+x^2}| \right) + C & (6) \quad -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C \\
 (7) \quad \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C & (8) \quad \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C \\
 (9) \quad \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C & (10) \quad \log|x + \sqrt{A+x^2}| + C
 \end{array}$$

第4回

$$\begin{array}{ll}
 (1) \quad -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C & (2) \quad \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C \\
 (3) \quad -\frac{1}{a} \log|\cos(ax+b)| + C & (4) \quad -\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a-x}{a+x} \right| + C \\
 (5) \quad \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C & (6) \quad \sin^{-1} \frac{x}{|a|} + C \\
 (7) \quad \log|x + \sqrt{A+x^2}| + C & (8) \quad \frac{1}{2} \left(x\sqrt{a^2-x^2} + a^2 \sin^{-1} \frac{x}{|a|} \right) + C \\
 (9) \quad \frac{1}{2} \left(x\sqrt{A+x^2} + A \log|x + \sqrt{A+x^2}| \right) + C & (10) \quad x \log|x| + C
 \end{array}$$

第5回

$$\begin{array}{llll}
 (1) \frac{x^{a+1}}{a+1} + C & (2) \log|x| + C & (3) \frac{a^x}{\log a} + C & (4) x + C \\
 (5) \frac{e^{ax+b}}{a} + C & (6) \frac{x^4}{4} + C & (7) -\frac{1}{x} + C & (8) \frac{3^x}{\log 3} + C \\
 (9) \frac{e^{2x}}{2} + C & (10) -\frac{1}{2e^{2x}} + C & &
 \end{array}$$

第6回

$$\begin{array}{ll}
 (1) -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C & (2) \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C \\
 (3) -\frac{1}{a} \log|\cos(ax+b)| + C & (4) \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C \\
 (5) -\cos x + C & (6) \frac{1}{2} \sin 2x + C \\
 (7) -\frac{1}{3} \sin(-3x) + C & (8) -\log|\cos x| + C \\
 (9) \tan x + C & (10) \tan(x-1) + C
 \end{array}$$

第7回

$$\begin{array}{ll}
 (1) -\frac{1}{2a} \log\left|\frac{a-x}{a+x}\right| + C & (2) \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C \\
 (3) \sin^{-1} \frac{x}{|a|} + C & (4) \log|x + \sqrt{A+x^2}| + C \\
 (5) -\frac{1}{2\sqrt{3}} \log\left|\frac{\sqrt{3}-x}{\sqrt{3}+x}\right| + C & (6) \frac{1}{2\sqrt{3}} \log\left|\frac{\sqrt{3}-x}{\sqrt{3}+x}\right| + C \\
 (7) \frac{1}{\sqrt{2}} \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{2}} + C & (8) \sin^{-1} \frac{x}{2} + C \\
 (9) \log|x + \sqrt{1+x^2}| + C & (10) -\frac{1}{x} + C
 \end{array}$$

第8回

$$\begin{array}{ll}
 (1) \frac{1}{2} \left(x\sqrt{a^2-x^2} + a^2 \sin^{-1} \frac{x}{|a|} \right) + C & (2) \frac{1}{2} \left(x\sqrt{A+x^2} + A \log|x + \sqrt{A+x^2}| \right) + C \\
 (3) x \log|x| - x + C & (4) \frac{1}{2} \left(x\sqrt{4-x^2} + 4 \sin^{-1} \frac{x}{2} \right) + C \\
 (5) \frac{1}{2} \left(x\sqrt{3-x^2} + 3 \sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{3}} \right) + C & (6) \frac{1}{2} \left(x\sqrt{4+x^2} + 4 \log|x + \sqrt{4+x^2}| \right) + C \\
 (7) \frac{1}{2} \left(x\sqrt{3+x^2} + 3 \log|x + \sqrt{3+x^2}| \right) + C & (8) \frac{1}{2} \left(x\sqrt{1+x^2} + \log|x + \sqrt{1+x^2}| \right) + C \\
 (9) \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C & (10) \log|x + \sqrt{1+x^2}| + C
 \end{array}$$

第9回

$$\begin{array}{ll}
 (1) \frac{1}{2} x^2 + C & (2) x + C \\
 (3) \log|x| + C & (4) -\frac{1}{x} + C \\
 (5) -\frac{1}{4} \log\left|\frac{2-x}{2+x}\right| + C & (6) \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{x}{2} + C \\
 (7) \sin^{-1} \frac{x}{2} + C & (8) \log|x + \sqrt{4+x^2}| + C \\
 (9) \frac{1}{2} \left(x\sqrt{4-x^2} + 4 \sin^{-1} \frac{x}{2} \right) + C & (10) \frac{1}{2} \left(x\sqrt{4+x^2} + 4 \log|x + \sqrt{4+x^2}| \right) + C
 \end{array}$$

第 10 回

(1) $2\sqrt{x} + C$

(2) $\log|x| + C$

(3) $\frac{e^{2x}}{2} + C$

(4) $\cos(-x) + C$

(5) $\frac{1}{2} \log \left| \frac{1-x}{1+x} \right| + C$

(6) $\tan^{-1} x + C$

(7) $\log|x + \sqrt{9+x^2}| + C$

(8) $\frac{1}{2} \left(x\sqrt{9+x^2} + 9 \log|x + \sqrt{9+x^2}| \right) + C$

(9) $x \log x - x + C$

(10) $x \log(-x) + x + C$